

Exercice A (16 points)

Un centre d'aide par le travail s'est spécialisé dans la fabrication de petits objets décoratifs pour les fêtes de Noël. Chaque jour, la production varie entre 10 et 90 objets.

Première partie (3 points)

Quelle que soit sa production, le centre reçoit une aide journalière de 60 € à laquelle s'ajoute 0,25 € par objet fabriqué.

1. Calculer la recette pour une production de 20 objets puis de 60 objets.
2. Lorsque le nombre d'objets fabriqués appartient à l'intervalle $[10, 90]$, on admet que la recette est représentée par la fonction R définie par :

$$R(x) = 0,25x + 60$$

Tracer la droite D représentative de la fonction R dans le plan rapporté au repère $(Ox ; Oy)$ donné en annexe 2 pour x élément de l'intervalle $[10 ; 90]$

Deuxième partie (9 points)

Le montant journalier des charges C (en euro) liées à cette production est représentée par la fonction définie par :

$$C(x) = x + \frac{900}{x} \text{ pour tout } x \text{ prenant ses valeurs dans l'intervalle } [10 ; 90]$$

1. Compléter le tableau de valeurs de la fonction C donné en annexe 1.
2. On note C' la dérivée de la fonction C . Calculer $C'(x)$.
3. Vérifier que $C'(x)$ peut s'écrire sous la forme : $\frac{x^2 - 900}{x^2}$
4. Résoudre l'équation : $x^2 - 900 = 0$ sur l'intervalle $[10 ; 90]$ pour établir la valeur de x qui annule la dérivée.
5. Compléter le tableau de variation de la fonction C donné en annexe 1.
6. Construire la courbe représentative de la fonction C dans le repère orthogonal donné en annexe 2.

Troisième partie (4 points)

1. A l'aide des résultats obtenus précédemment, déterminer le nombre d'objets pour lequel les charges quotidiennes sont minimales. Quel est le montant de ces charges minimales ?
2. Déterminer graphiquement l'intervalle dans lequel le centre doit limiter sa production afin d'être bénéficiaire. (On justifiera cette lecture graphique par un tracé en pointillés.)
3. Une des figures données en annexe 2 représente le bénéfice quotidien réalisé par le centre.

- a. Indiquer laquelle et préciser la raison de votre choix.
- b. En déduire la production pour laquelle le bénéfice est maximum.

Annexe 1

Exercice A

Tableau de valeurs : les valeurs de $C(x)$ seront données à 0,01 près

x	10	20	30	40	50	60	70	80	90
$C(x)$		65		62,5		75	82,86		

Tableau de variation :

x	10	90	
Signe de $C(x)$		0
Sens de variation de la fonction C	↘	↗

Annexe 2

Représentations graphiques :

REPRÉSENTATIONS GRAPHIQUES :

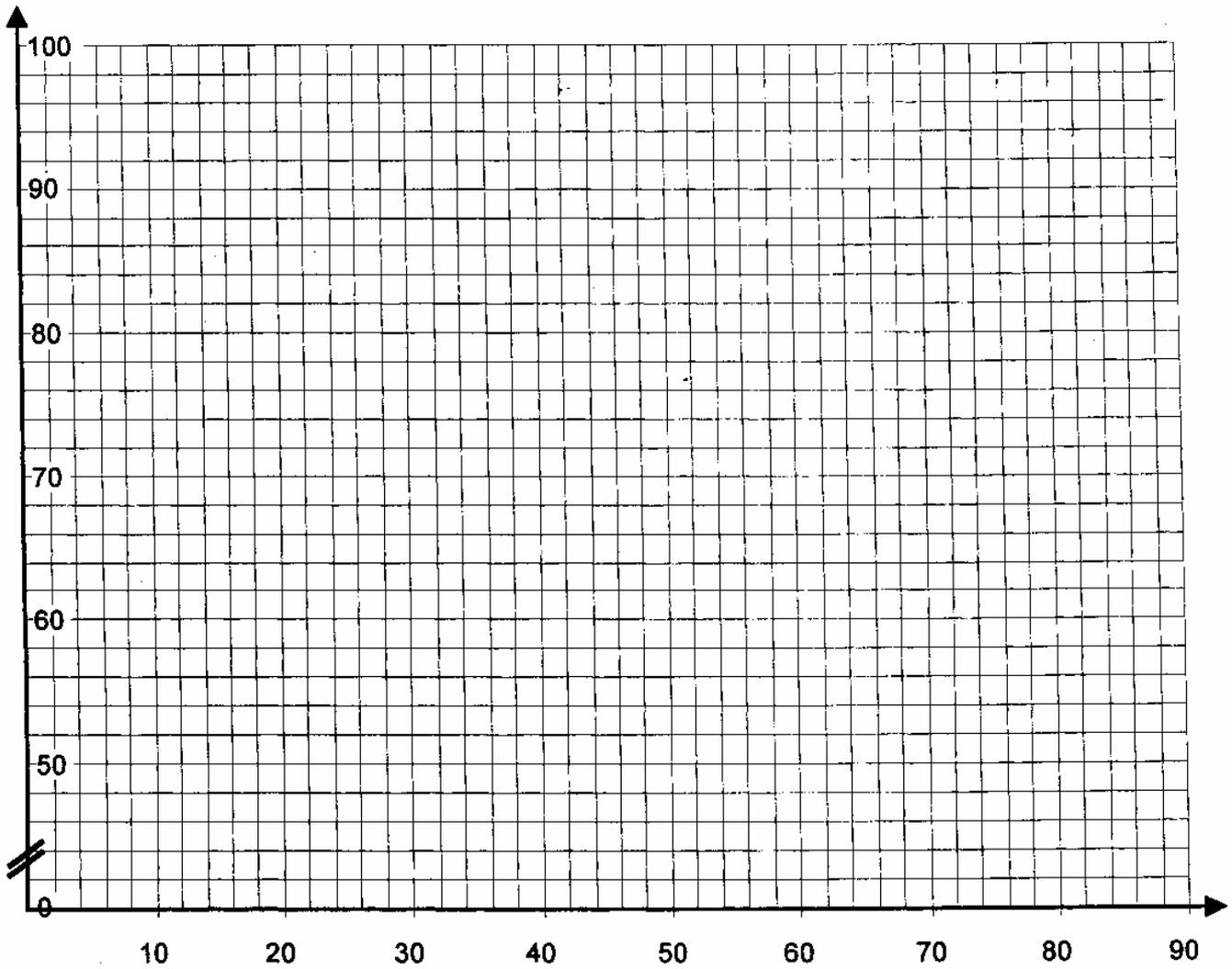


Figure 1

Bénéfice

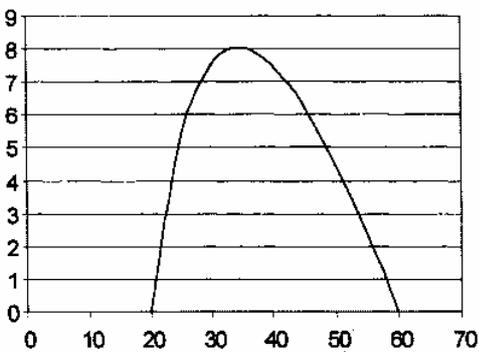


Figure 2

Bénéfice

